موضوع:

شبیه سازی کنترل غیر خطی

(جلسه اول)

هدف از این گزارش تحلیل و شبیه سازی سیستم های غیر خطی می باشد.این سیستم ها تفاوت های بسیاری با سیستم های خطی دارند.به جرات می توان گفت همه ی سیستم های موجود در صنعت غیر خطی می باشند و ما باید بتوانیم اینگونه سیستم ها را مورد بررسی قرار دهیم.

در این گزارش به تحلیل و شبیه سازی 4 مثال می پردازیم. لازم به ذکر است کلیه مثال ها در محیط MATLAB و در قسمت SIMULINK انجام شده است.

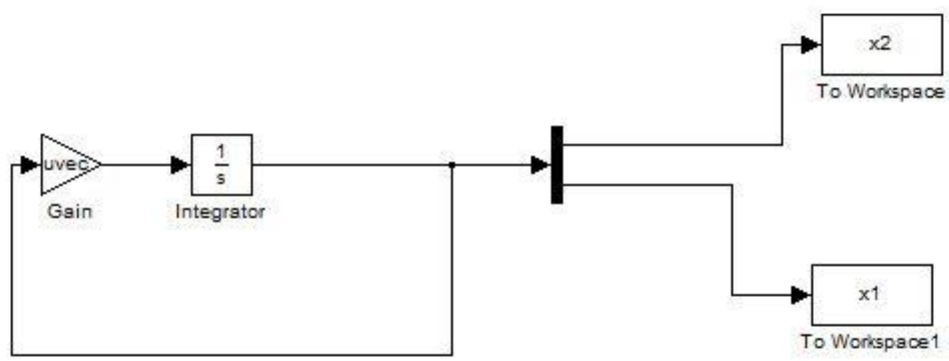
مثال 1)

معادله دیفرانسیل زیر را شبیه سازی کرده و به ازای مقادیر مختلف شرایط اولیه مسیر های حالت را مشاهده نمایید.

X+2X+X=0

معادله بالا مربوط به یک سیستم خطی است لذا می توان با تغییر متغیر ماتریس سیستم(A) را بدست آورد.با توجه به اینکه ماتریسA وارون پذیر است و همه مقادیر ویژه آن سمت چپ محور موهومی است لذا این سیستم فقط یک نقطه تعادل دارد و آن هم X=0 می باشد.

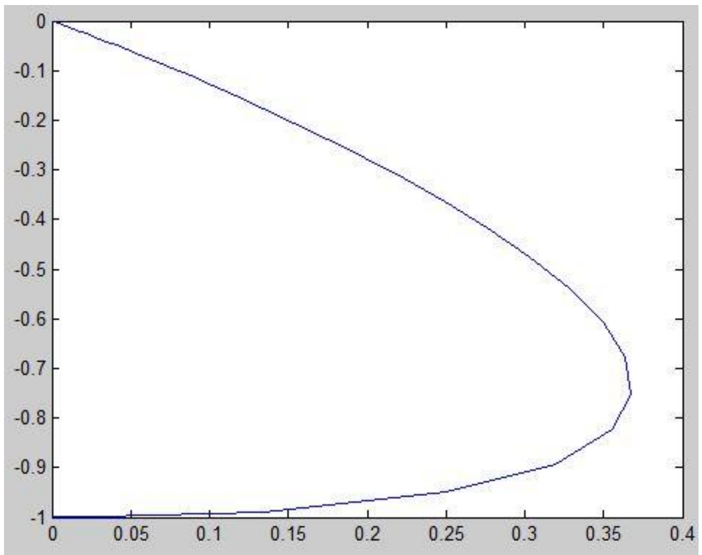
اکنون در شکل زیر بلوک دیاگرام سیستم را مشاهده می کنیم.



در ساختار بالا از بلوک های GAIN ,WORKSPACE,INTEGRATOR,DEMUX استفاده شده است. گین در واقع همان ماتریس A می باشد. دقت کنید در تنظیم بلوک WORKSPACE از مد ARRAY استفاده شود.اکنون با دادن شرایط اولیه به بلوک INTEGRATOR خروجی را مشاهده می کنیم.

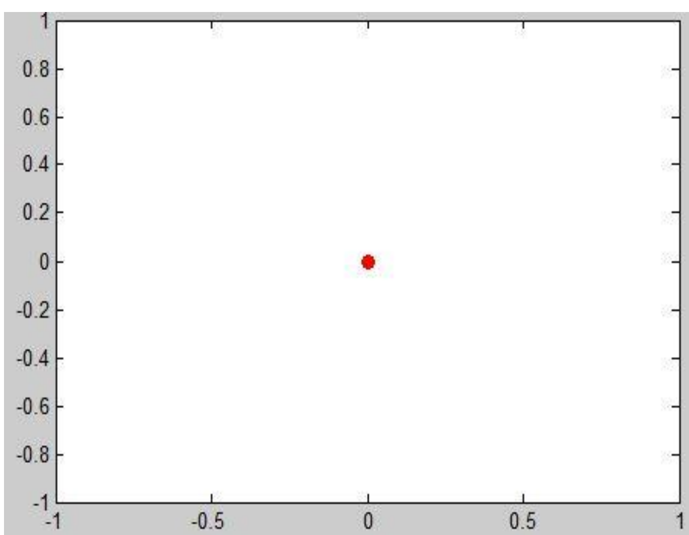
همانطور که در بالا ذکر شد نقطه تعادل سیستم مبدا می باشد. اکنون باید ببینیم آیا این نقطه پایدار است یا خیر؟ اگر مسیر حالت از شرایط اولیه آغاز شود و در نقطه تعادل خاتمه یابد می گوییم نقطه تعادل پایدار است.

در ابتدا بردار [0 1-] را به عنوان شرایط اولیه در نظر می گیریم.مشاهده می کنید مسیر حالت پس از یک قوس به نقطه تعادل رسیده است.



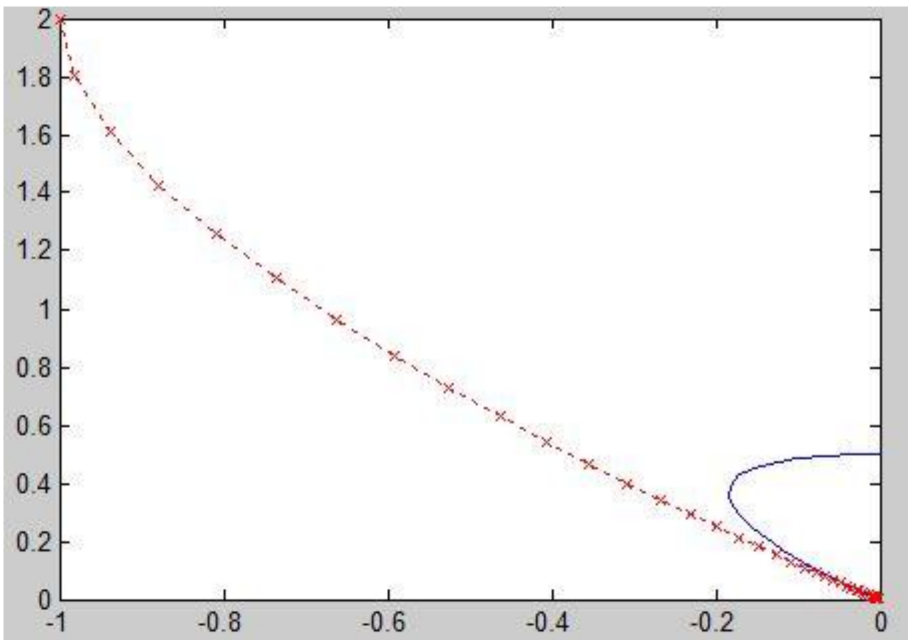
اکنون اگر شرایط اولیه را [0 0] بگذاریم مشاهده می کنید هیچ مسیری تشکیل نمی شود زیرا ما مختصات نقطه تعادل را به عنوان شرایط اولیه به سیستم داده ایم. مجددا متذکر این نکته می شویم که:

اگر یک سیستم خطی پایدار باشد از هر کجا در فضای حالت حرکت کنیم به نقطه تعادل خواهیم رسید.



به منظور درک بهتر 2 بردار دیگر را نیز به عنوان شرایط اولیه منظور می کنیم و نتیجه را در یک شکل می بینیم.

دو بردار [2 1-] [0.5 0] را به عنوان شرایط اولیه در نظر می گیریم و شکل زیر حاصل شده است.



نتیجه:

مشاهده شد به ازای شرایط اولیه مختلف مسیر های حالت باز هم به مبدا(نقطه تعادل) همگرا می شوند .لذا نقطه تعادل پایدار است.

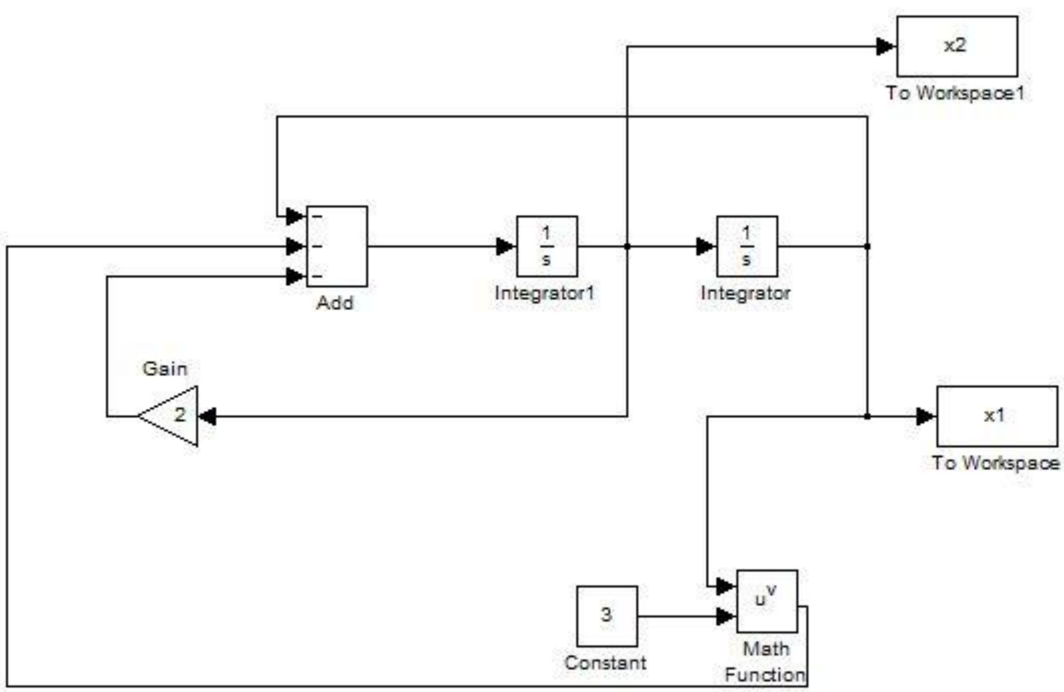
مثال 2)

معادله دیفرانسیل زیر را شبیه سازی کرده و به ازای مقادیر مختلف شرایط اولیه مسیر های حالت را مشاهده نمایید.

$$X+2X+X+X^3=0$$

پارامتر X^3 بیانگر غیر خطی بودن سیستم می باشد. با حل معادله 3 نقطه پیدا می شود که فقط X=0 مورد قبول می باشد زیرا باید X_1 و X_2 در حوزه اعداد حقیقی باشند.

بلوک دیاگرام معادله دیفرانسیل را در شکل زیر می بینیم:



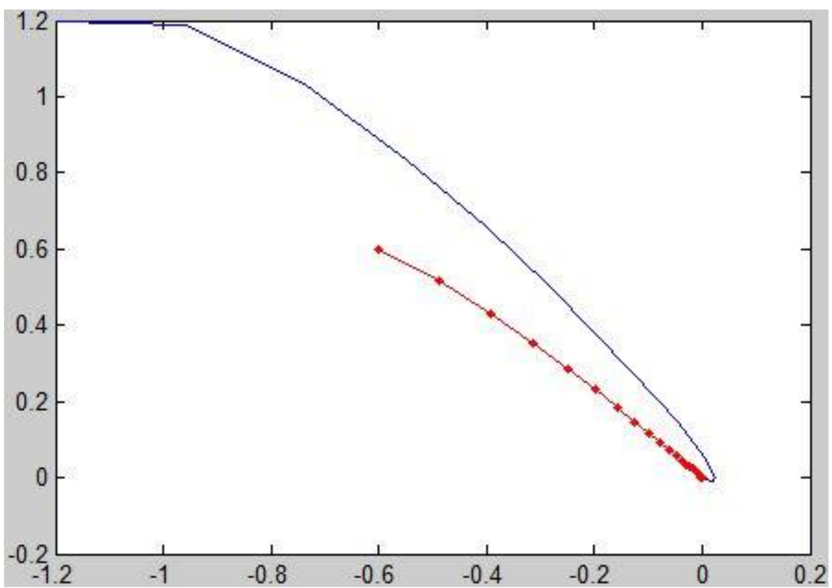
در این سیمولینک از بلوک های WORKSPACE,INTEGRATOR, MATH FUNCTION, GAIN, ADD, CONSTANT استفاده شده است.لازم به ذکر است که شرایط اولیه و مقدار گین به صورت اسکالر می باشد.

بلوک انتگرال گیر اولی مربوط به X_2 و بلوک انتگرال گیر ثانوی به X_1 اختصاص دارد. حال به ازای مقادیر گوناگون شبیه سازی را انجام می دهیم.

با انتخاب شرایط اولیه زیر x_1 را بر حسب x_2 رسم می کنیم.

$X_1 = -0.6$ $\quad$ $X_2 = 0.6$

$X_1 = -1.2$ $\quad$ $X_2 = 1.2$



مشاهده می کنید که به ازای هر دو شرایط اولیه مسیرهای حالت به سمت (0,0)می روند.اکنون با انتخاب شرایط اولیه دیگر مجددا سیستم را تحلیل می کنیم.

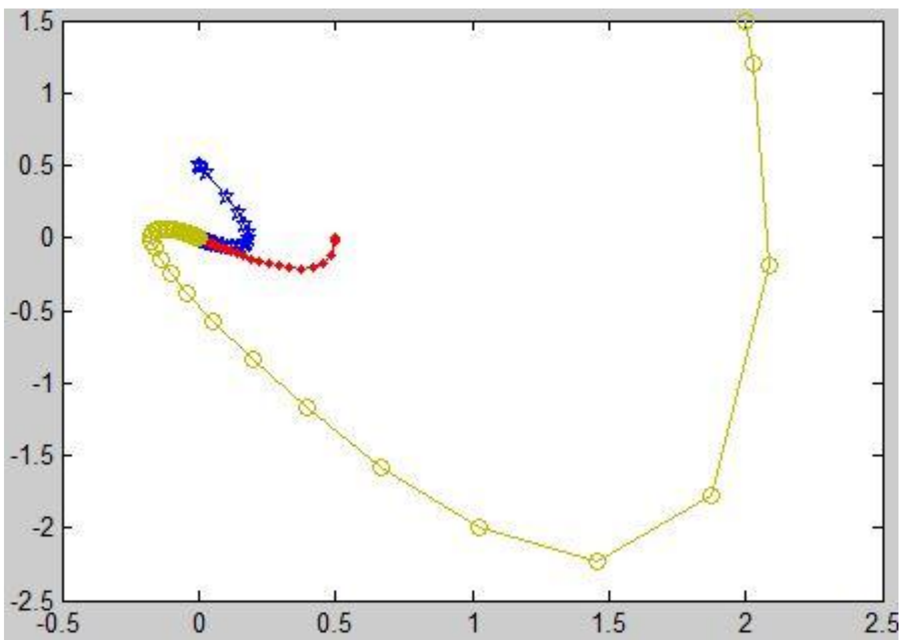
اگر:

X_1=0.5 X_2= 0

X_1=0 X_2=0.5

X_1=2 X_2=1.5

در نظر بگیریم به زیبایی می توان مسیر های حالت آنها را بر روی یک شکل مشاهده کرد.لازم به یادآوری است که به منظور نمایش چند مسیر در یک شکل از دستور HOLD ON استفاده می کنیم.



نتیجه:

با مشاهده مسیر های حالت به این نتیجه می رسیم که مبدا نقطه تعادل پایدار برای این سیستم می باشد زیرا علی رغم قوس هایی که در مسیرها وجود دارد باز هم به مبدا همگرا می شوند.

مثال 3)

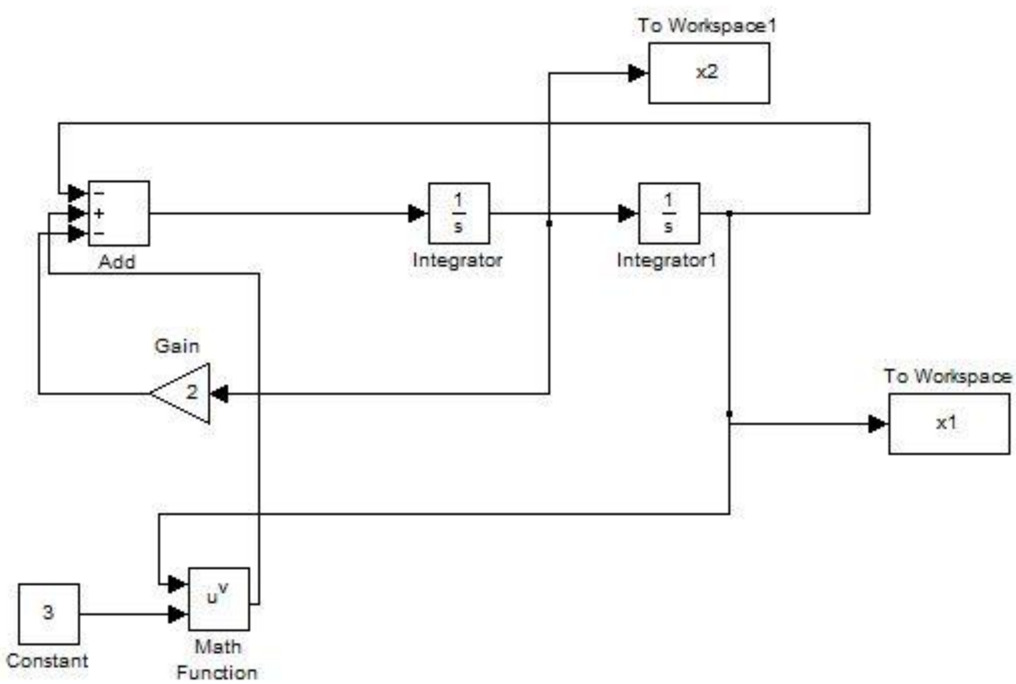
معادله دیفرانسیل زیر را شبیه سازی کرده و به ازای مقادیر مختلف شرایط اولیه مسیر های حالت را مشاهده نمایید.

$X+2X+X-X^3=0$

پارامتر X^3 بیانگر غیر خطی بودن سیستم می باشد. با حل معادله 3 نقطه پیدا می شود.(0و0)(1و0)(-1و0)

با توجه به اینکه سیستم غیر خطی است لذا می تواند چندین نقطه تعادل داشته باشد.اکنون می خواهیم ببینیم کدامیک پایدار و کدامیک ناپایدارند.

ابتدا بلوک دیاگرام مربوطه را ترسیم می کنیم:



در این سیمولینک نیز از بلوک های توضیح داده شده در مثال های قبل استفاده شده است. با دادن شرایط اولیه به بلوک های انتگرال گیر می توانیم مسیر های حالت مختلف را مشاهده کنیم.

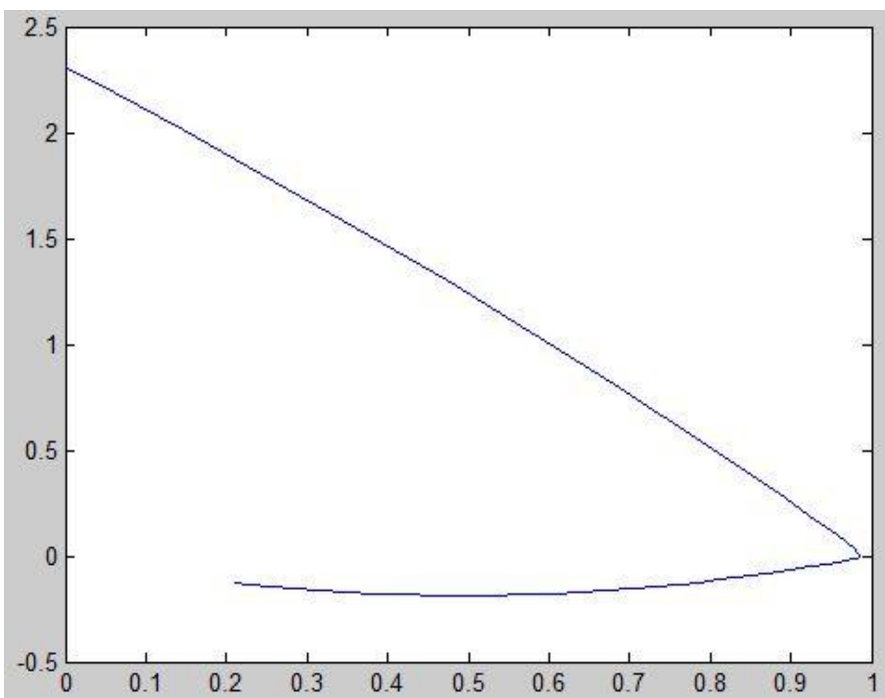
این نکته حایز اهمیت است که ما در این سیستم اجازه ی دادن هر مقداری را به عنوان شرایط اولیه نداریم. این موضوع با آزمایش کردن نقاط مختلف مشخص می شود.

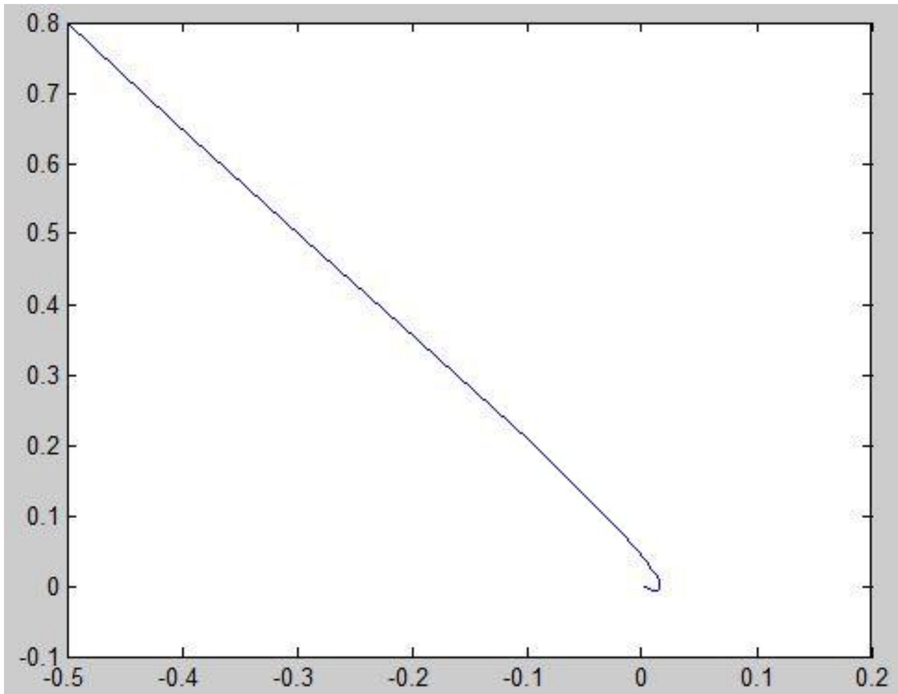
شرایط اولیه داده شده به سیستم از قرار زیر است:

$X_1=0$ $\quad$ $X_2=2.31$

$X_1= - 0.5$ $\quad$ $X_2=0.8$

شکل های زیر نتایج حاصل از این نقاط است:



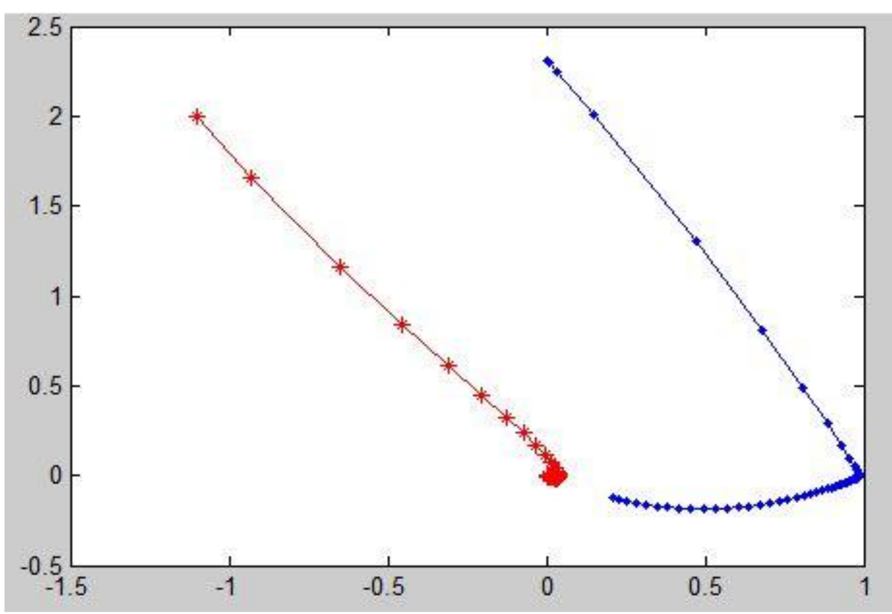


علی رغم اینکه این سیستم 3 نقطه تعادل دارد ولی در هر دو حالت مسیر ها سرانجام به صفر می رسند.

اکنون به ازای شرایط اولیه دیگر این مسیر ها را می خواهیم در یک شکل مشاهده کنیم تا بتوانیم موضوع را بهتر درک کنیم.

X_1=-1.1 X_2= 2

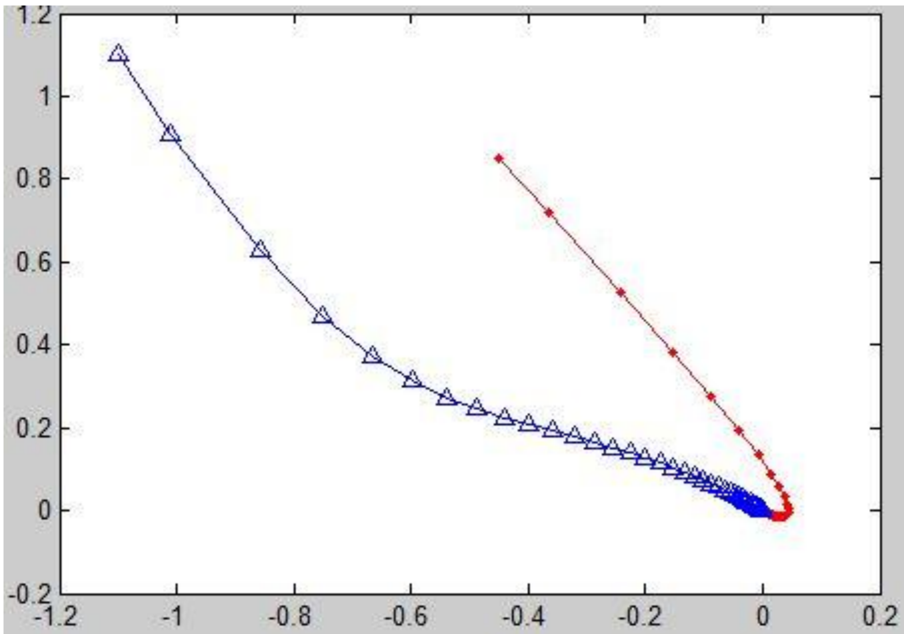
X_1=0 X_2 = 2.31



و به ازای شرایط مختلف دیگر :

$X_1 = -1.1$ $X_2 = 1.1$

$X_1 = -0.45$ $X_2 = 0.85$



نتیجه:

همانطور که مشاهده کردید انواع نقاط را به عنوان شرایط اولیه به سیستم دادیم. حتی نقاطی که به نقاط تعادل غیر صفر این سیستم بسیار نزدیک بود ولی نتایج حاکی از آن است که تنها نقطه تعادل پایدار این سیستم مبدا است و این سیستم در (0و1)(0و1-)ناپایدار است زیرا تحت هیچ شرایطی به این 2 نقطه همگرا نشده است.

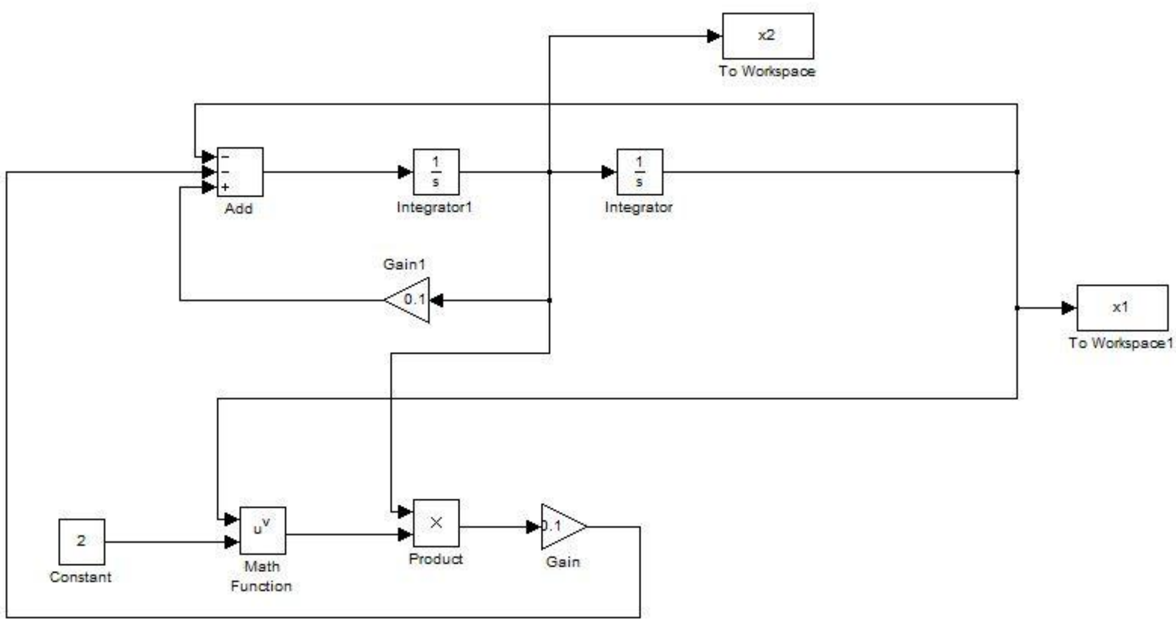
مثال 4)

معادله واندرپل را شبیه سازی کرده و به ازای مقادیر مختلف شرایط اولیه مسیر های حالت را مشاهده نمایید.

$$X+0.1(X^2-1)X+X=0$$

با گرفتن تغییر متغیر و محاسبه متوجه می شویم که این سیستم نیز دارای نقطه تعادل (0و0) می باشد. اما میخواهیم وضعیت این سیستم را به ازای شرایط اولیه مختلف بررسی کنیم.

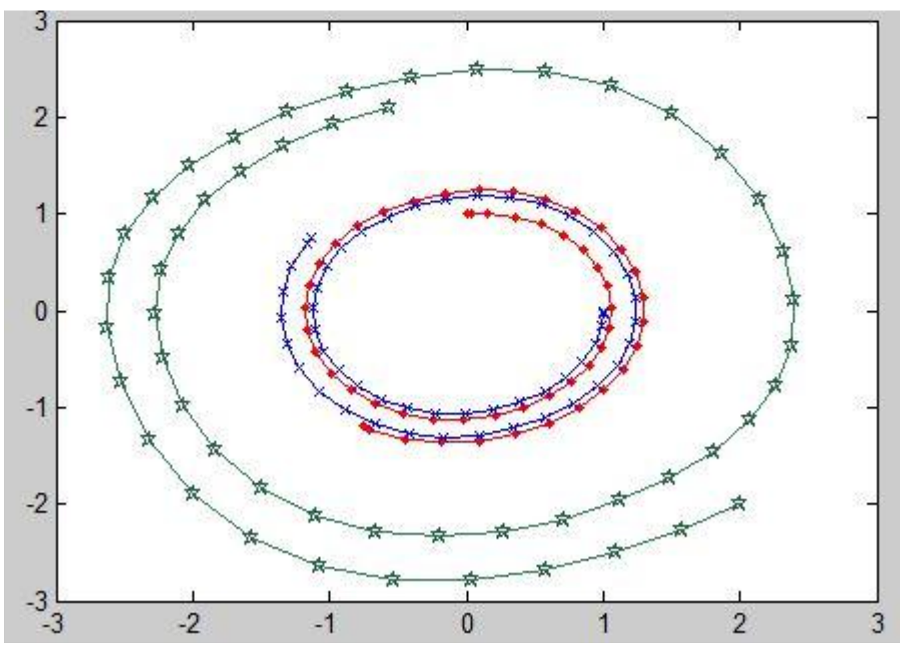
ابتدا بلوک دیاگرام این سیستم را ترسیم می کنیم.



این سیمولینک را نیز مانند 3 مثال قبلی با تفاوت جزیی ترسیم کردیم. اکنون با دادن شرایط اولیه به بلوک های انتگرال گیر می توانیم مسیر های حالت مختلف را داشته باشیم.

در این سیستم ما 3 مرتبه شرایط اولیه سیستم را تغییر می دهیم و مسیر های حالت مختلف را می بینیم . جهت درک بهتر موضوع هر 3 مسیر را در یک شکل مشاهده می کنیم.قبلا یادآور شدیم که از دستور HOLD ON استفاده می کنیم.

$X_2=1$	$X_1=0$
$X_2=0$	$X_1=1$
$X_2= 2$	$X_1= -2$



ملاحظه می کنید که تحت هیچ شرایطی مسیر های حالت به مبدا همگرا نمی شوند.

در اینجا باید متذکر این موضوع شویم که پدیده ای بنام چرخه حدی بوجود آمده است.در سیستم های خطی چرخه حدی وجود ندارد. سیستم های غیر خطی ممکن است چرخه حدی داشته باشد.

نتیجه:

از آنجا که مسیر های حالت به مبدا همگرا نمی شوند لذا این نقطه تعادل ناپایدار است و در این سیستم چرخه حدی بوجود آمده است.در واقع چرخه حدی بیانگر حرکت نوسانی دایمی سیستم می باشد.